

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

ریاضی ۱ (کنکور)

فصل ۱

مجموعه، الگو و دنباله

به قلم : استاد بهزاد ستاری



@BehzadSattariMath



@behzad\_sattari\_math

Website

www.BehzadSattari.ir

۰۹۳۳۰۵۰۷۱۱۹

## سخنی با شما دانش آموز عزیزم:

جزوه ای که پیش روی شما قرار دارد با صرف وقت و دقت زیادی گردآوری و نگارش شده است و یک منبع بسیار کامل و کم نقص برای کنکور شماسست.

این جزوه متناسب با رویکرد کتاب درسی شما و بر اساس کنکور سال های اخیر نوشته شده است و شامل نکات و تستهای کنکورهای سراسری داخل و خارج از کشور می باشد.

امیدوارم شما دانش آموز عزیزم با توکل به خدا و اراده و همت بالا بتوانید از این جزوه استفاده مطلوب را ببرید و این جزوه شما را در رسیدن به هدفتان یاری کند.

تقدیم با عشق

به امید تعجیل در ظهور منجی جهانیان . . .

راه ارتباطی : ۰۹۳۳۰۵۰۷۱۱۹

## فصل ۱: مجموعه، الگو و دنباله

۱	درس اول: مجموعه های متناهی و نامتناهی
۶	درس دوم: متمم یک مجموعه
۱۰	درس سوم: الگو و دنباله
۱۴	درس چهارم: دنباله های حسابی و هندسی
۲۳	تست های فصل اول

## درس اول: مجموعه های متناهی و نامتناهی

مجموعه های مهم: مهمترین مجموعه هایی که تا کنون با آنها آشنا شده اید به شرح زیر می باشند:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ : مجموعه اعداد طبیعی}$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ : مجموعه اعداد حسابی}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} \text{ : مجموعه اعداد صحیح}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\} \text{ : مجموعه اعداد گویا}$$

$$\mathbb{Q}' = \{a : a \notin \mathbb{Q}\} \text{ : مجموعه اعداد گنگ}$$

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' \text{ : مجموعه اعداد حقیقی}$$

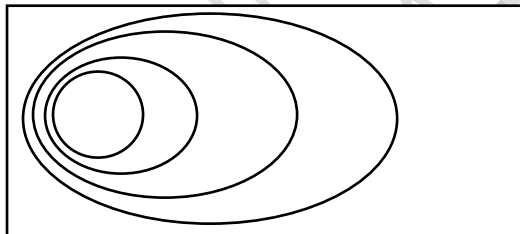
مجموعه اعداد گنگ را می توان بصورت  $\mathbb{Q}' = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$  نوشت. این اعداد را نمی توان به صورت نسبت دو عدد صحیح (با مخرج غیر صفر) نوشت یعنی نمایش کسری ندارند. مانند:  $\sqrt{2}, \pi, \sqrt{5} - 1$  و ...

بسط اعشاری اعداد گویا مختوم یا نامختوم متناوب است، اما بسط اعشاری اعداد گنگ نا مختوم غیر متناوب است.

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$$

 $\mathbb{R}$ 

رابطه زیرمجموعه بودن بین مجموعه های گفته شده به صورت زیر برقرار است:



$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$$

کدامیک درست نیست؟

$$\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R} \quad (4)$$

$$\mathbb{N} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{N} \quad (3)$$

$$\mathbb{W} - \mathbb{Z} = \emptyset \quad (2)$$

$$\mathbb{W} = \mathbb{N} \cup \{0\} \quad (1)$$

چندتا از اعداد مجموعه  $\left\{ -3, \frac{\sqrt{16}}{\sqrt[3]{4}}, \sqrt{1/21}, \frac{\pi}{3/14}, \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}, \frac{7}{5} \right\}$  گویا هستند؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

مثال: طرف دوم مجموعه های زیر را بنویسید.

الف)  $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 = 4\}$

ب)  $\{x \in \mathbb{N} : x^2 = \frac{9}{4}\}$

پ)  $\{x \in \mathbb{Z} - \mathbb{W} : 3 < x^2 < 8\}$

ت)  $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$

ث)  $\mathbb{Q} - \mathbb{Q}$

بازه: هر زیرمجموعه از اعداد حقیقی را یک بازه می نامند. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند، ۴ نوع بازه را برای اعداد حقیقی

۱)  $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$  : بازه بسته  $a$  و  $b$



بین  $a$  و  $b$  داریم:

۲)  $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$  : بازه نیم باز  $a$  و  $b$



۳)  $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$  : بازه نیم باز  $a$  و  $b$



۴)  $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$  : بازه باز  $a$  و  $b$



الف)  $\frac{4}{3} \in [\frac{1}{3}, 2)$

ب)  $-2 \in (-2, 0]$

مثال: درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

پ)  $0 \in (-2, 0]$

ت)  $-2 \in \{-2, 0\}$

ث)  $-1 \in \{-2, 0\}$

ج)  $[-1, 2] \subseteq (-1, 2)$

چ)  $\{0, 1\} \subseteq [-1, 2)$

ح)  $\emptyset \subseteq (-17, 0]$

خ)  $[2, 5) = (2, 5]$

د)  $\sqrt{2} \in (0, 1)$

مثال: اگر  $A = [-1, 2)$  و  $B = (0, 3)$  باشد، الف) بازه های  $A$  و  $B$  را روی محور نشان دهید.

ب) حاصل  $A - B$ ،  $B - A$ ،  $A \cup B$  و  $A \cap B$  را بصورت بازه بنویسید.

تست اگر  $2 \in [2a, 3 + a)$  باشد، حدود  $a$  کدام است؟

(۴)  $[0, 1]$

(۳)  $(-1, 0]$

(۲)  $(-1, 1)$

(۱)  $[-1, 1]$

$$[a, a] = \{a\} \text{ و } (a, a) = \emptyset$$

برای بازه باز  $(a, b)$ ، عدد  $b - a$  را طول بازه و عدد  $\frac{a+b}{2}$  را مرکز بازه می نامند.

اگر طول بازه  $(5, 2a + 2, -3a + 1)$  برابر ۱۳ باشد، مرکز بازه  $(1 + 4a, 5 - a)$  کدام است؟

۸ (۴)

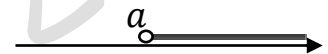
۷ (۳)

۶ (۲)

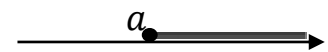
۵ (۱)

**انواع دیگر بازه ها:** نوع دیگری از بازه ها که برای نمایش اعداد حقیقی بزرگتر یا کوچکتر از یک عدد حقیقی مانند  $a$  به کار می روند، به صورت زیر می باشند و برای نمایش آنها از نمادهای  $+\infty$  (مثبت بی نهایت) و  $-\infty$  (منفی بی نهایت) استفاده می شود: (توجه کنید که  $+\infty$  و  $-\infty$  اعداد حقیقی نیستند)

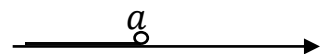
۱)  $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$



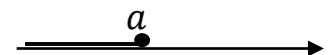
۲)  $[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$



۳)  $(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} : x < a\}$



۴)  $(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq a\}$



**مثال:** حاصل عبارتهای زیر را به صورت بازه نمایش دهید.

الف)  $(-2, +\infty) \cup [-3, 1)$

ب)  $(-\infty, 3] - (-2, +\infty)$

پ)  $(1, 5] - [2, +\infty)$

ت)  $\mathbb{R} - \{3\}$

ث)  $\mathbb{R} - [2, 4)$

**مثال:** درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

الف)  $[1, 2) \subseteq (1, +\infty)$

ب)  $(-2, 2) \subseteq [-2, +\infty)$

ج)  $(-2, +\infty) \cap (-\infty, 1) = (-2, 1)$

ح)  $(-\infty, 1) \cap [1, 2) = \{1\}$

چند عدد صحیح در مجموعه  $A = [-4, 4] \cap ((-\infty, -2) \cup (2, +\infty))$  قرار دارد؟ **تست**

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

اگر حاصل  $(-\infty, 3 - \frac{x+1}{2}) \cap [2x - 1, +\infty)$  مجموعه ای تک عضوی باشد، مقدار  $x$  کدام است؟ **تست**

 $\frac{5}{9}$  (۴) $\frac{9}{5}$  (۳) $\frac{7}{5}$  (۲) $\frac{5}{7}$  (۱)

**مجموعه های متناهی و نامتناهی:** تعداد اعضای برخی از مجموعه ها را می توان با شمردن اعضایش مشخص کرد مثلا تعداد اعضای مجموعه  $\emptyset$  صفر است و تعداد اعضای مجموعه  $\{x \in \mathbb{N} : 2 \leq x < 7\}$  پنج می باشد.

**مجموعه متناهی:** مجموعه هایی که تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی باشد را مجموعه های متناهی می نامند. مانند مجموعه اعداد اول دو رقمی، مجموعه اعداد صحیح بازه  $(-2, 5]$  و ... البته گاهی ممکن است شمردن اعضای مجموعه ای ساده نباشد.

**مجموعه نامتناهی:** مجموعه ای که متناهی نباشد را نامتناهی می نامند. در واقع تعداد اعضای مجموعه های نامتناهی از هر عددی که در نظر بگیریم بزرگتر است. مانند مجموعه اعداد طبیعی، مجموعه اعداد موجود در بازه  $(-1, 2]$  و ...

**مثال:** متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه های زیر را مشخص کنید.

(۹) مجموعه کسره های مثبت با صورت یک

(۱) مجموعه اعداد اول یک رقمی

(۱۰) مجموعه مضرب های صحیح ۱۰

(۲) مجموعه انسان های روی زمین

(۱۱) بازه  $(0, 1)$

(۳) مجموعه اعداد طبیعی فرد

(۱۲) مجموعه مولکولهای موجود در یک مول آب

(۴) مجموعه سلول های عصبی مغز یک انسان

(۱۳) مجموعه اعداد گویای موجود در بازه  $(1, 2)$

(۵) مجموعه تمام دایره های به مرکز مبدأ مختصات

(۱۴) مجموعه اعداد گنگ موجود در بازه  $(3, 4)$

(۶) مجموعه اعداد طبیعی ده رقمی

(۱۵) مجموعه اعداد گویا

(۷) مجموعه درخت های جنگل های آمازون

(۱۶) مجموعه اعداد گنگ

(۸) مجموعه اعداد بخش پذیر بر ۷

اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه متناهی باشند، آنگاه  $A \cup B$  و  $A \cap B$  و  $A - B$  مجموعه هایی متناهی هستند.

اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه نامتناهی باشند، آنگاه  $A \cup B$  مجموعه ای نامتناهی است اما  $A \cap B$  و  $A - B$  می توانند متناهی یا نامتناهی باشند.

**مثال:** الف) دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها متناهی باشد.

ب) دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که تفاضل آنها متناهی باشد.

اگر  $A$  مجموعه ای نامتناهی و  $B$  مجموعه ای متناهی باشند، آنگاه  $A \cup B$  و  $A - B$  مجموعه هایی نامتناهی هستند، اما  $A \cap B$  مجموعه ای متناهی است.

اگر  $A \subseteq B$  و  $A$  نامتناهی باشد، آنگاه  $B$  هم نامتناهی است.

اگر یک مجموعه دارای زیرمجموعه ای نامتناهی باشد، آنگاه آن مجموعه نامتناهی است. مثلا مجموعه اعداد حقیقی نامتناهی است زیرا  $\mathbb{N}$  زیرمجموعه ای نامتناهی از  $\mathbb{R}$  است.

**مثال:** درست یا نادرست بودن بودن هریک از جملات زیر را مشخص کنید.

الف) هر زیرمجموعه مجموعه ای متناهی، متناهی است.

ب) هر زیرمجموعه مجموعه ای نامتناهی، نامتناهی است.

پ) اگر مجموعه ای یک زیرمجموعه متناهی داشته باشد، خودش هم متناهی است.

ت) اگر مجموعه ای یک زیرمجموعه نامتناهی داشته باشد، ممکن است متناهی باشد.

ث) اگر  $A - B$  متناهی باشد،  $B - A$  نیز متناهی است.

ج) اگر اشتراک دو مجموعه نامتناهی باشد، هر دو مجموعه نامتناهی هستند.

کدام گزینه درست نیست؟

۱) اگر تمام زیرمجموعه های مجموعه  $A$  متناهی باشند، آنگاه مجموعه  $A$  متناهی است.

۲) اجتماع دو مجموعه متناهی، متناهی است.

۳) اشتراک دو مجموعه نامتناهی، نامتناهی است.

۴) اجتماع دو مجموعه نامتناهی، نامتناهی است.



## درس دوم: متمم یک مجموعه

**مجموعه مرجع:** در هر مبحث، مجموعه ای که همه مجموعه های مورد بحث، زیرمجموعه آن باشند را مجموعه مرجع می نامند و معمولاً آن را با  $U$  یا  $M$  نمایش می دهند. مثلاً وقتی درباره مجموعه هایی از اعداد صحبت می کنیم مجموعه مرجع را  $U = \mathbb{R}$  در نظر می گیریم.

**متمم یک مجموعه:** اگر  $U$  مجموعه مرجع و  $A \subseteq U$  باشد، آنگاه مجموعه  $U - A$  را متمم  $A$  می نامند و آن را با نماد  $A'$  نمایش می دهند. به عبارت دیگر  $A'$  شامل عضوهایی از  $U$  است که در  $A$  نیستند.

مثال: اگر  $U = \mathbb{N}$  و  $A = \{1, 2, 3\}$  باشد، مجموعه  $A'$  را بنویسید.

مثال: اگر  $U = \mathbb{R}$  باشد، متمم مجموعه های زیر را بیابید و آنها را روی محور اعداد نمایش دهید.

الف)  $[-1, 2]$

ب)  $(-\infty, 3]$

پ)  $(1, +\infty)$

ت)  $\{1, 2\}$

ث)  $\mathbb{N}$

مجموعه اعداد گویا ( $\mathbb{Q}$ ) و اعداد گنگ ( $\mathbb{Q}'$ ) متمم یکدیگر هستند.

**قوانین مجموعه ها:** اگر  $U$  مجموعه مرجع باشد و  $A, B, C \subseteq U$  باشند، آنگاه داریم:

۱)  $U' = \emptyset$

۸)  $A - A' = A$

۲)  $\emptyset' = U$

۹) 
$$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$$

۳)  $(A')' = A$

۱۰) 
$$\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$$
 قانون جذب

۴)  $A \cup A' = U$

۱۱) 
$$\begin{cases} A \cup (A' \cap B) = A \cup B \\ A \cap (A' \cup B) = A \cap B \end{cases}$$
 قانون شبه جذب

۵)  $A \cap A' = \emptyset$

۱۲)  $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

۶) 
$$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$$
 قانون دمورگان

۱۳)  $A \subseteq B \Leftrightarrow \begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \\ A - B = \emptyset \end{cases}$

۷)  $A - B = A \cap B'$

مثال: اگر  $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ،  $A = \{2, 3, 5, 6\}$  و  $B = \{2, 4, 6, 8\}$  باشد، اعضای مجموعه های زیر را مشخص کنید.

الف)  $A - B$

ب)  $A \cap B$

پ)  $A \cup B$

ت)  $(A \cap B)$

ث)  $(A')$

ج)  $A \cap (A' \cup B)$

چ)  $A \cup (A \cap B)$

تست اگر مجموعه مرجع  $\mathbb{R}$  باشد و  $A = (-\infty, -2] \cup (1, +\infty)$  باشد، مجموع اعضای مجموعه  $\mathbb{Z} \cap A$  کدام است؟ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

تست اگر  $A = \{-x \in \mathbb{R} : 2 + x \notin (0, 1)\}$  آنگاه  $A'$  کدام است؟ (۱)  $[1, 2]$  (۲)  $[0, 1]$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(0, 1)$

مجموعه های مجزا: دو مجموعه که فاقد عضو مشترک باشند (اشتراک آنها تهی باشد) را مجزا یا جدا از هم می نامند.

مثال: دو مجموعه  $A = [1, +\infty)$  و  $B = [-3, 1]$  جدا از هم هستند.

تعداد اعضای یک مجموعه: اگر  $A$  یک مجموعه متناهی باشد، آنگاه تعداد اعضای آن را با نماد  $n(A)$  نمایش می دهند.

نکته اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  سه مجموعه متناهی از مجموعه مرجع متناهی  $U$  باشند، داریم:

۱)  $n(A') = n(U) - n(A)$

۲)  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

۳)  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

۴)  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

۵)  $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$  اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه مجزا باشند، آنگاه:

**مثال:** در یک جشنواره فیلم کوتاه ۲۱ فیلم شرکت کرده اند که ۷ فیلم پویانمایی و ۸ فیلم طنز در بین آنها وجود دارد و ۳ تا از فیلم های پویانمایی مضمون طنز دارند. مطلوبست تعداد کل فیلم هایی که الف) پویانمایی یا طنزند.

ب) غیرپویا نمایی و طنزند.

ج) غیرپویانمایی و غیرطنزند.

**مثال:** در یک کلاس ۳۰ نفره ۹ نفر در المپیاد ریاضی و ۱۴ نفر در المپیاد شیمی و ۳ نفر در هر دو المپیاد شرکت کرده اند.

الف) چند نفر حداقل در یکی از این دو المپیاد شرکت کرده اند؟

ب) چند نفر در المپیاد ریاضی شرکت کرده اند ولی در المپیاد شیمی شرکت نکرده اند؟

ج) چند نفر در هیچ المپیادی شرکت نکرده اند؟

د) چند نفر در المپیاد ریاضی شرکت نکرده اند؟

**تست** در یک کلاس ۲۵ نفری ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال هستند. اگر ۵ نفر عضو هیچکدام از این دو تیم نباشند، چند نفر از آنها عضو هر دو تیم هستند؟ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

**تست** در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر از آنان عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟

سراسری ریاضی - ۹۸

(۱) ۱۵

(۲) ۱۶

(۳) ۱۷

(۴) ۱۸

تست

برای دو مجموعه  $A$  و  $B$  داریم:  $n(A \cup B) = 70$  و تعداد اعضای  $A$  که فقط در  $A$  هستند دو برابر تعداد اعضای  $B$  است که فقط در  $B$  هستند. اگر تعداد اعضای  $B$  که در هر دو مجموعه هستند نصف تعداد اعضای  $B$  باشد که فقط در  $B$  هستند، چند عضو فقط در  $A$  هستند؟

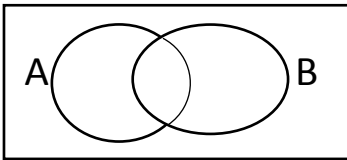
۴۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

برای هر دو مجموعه  $A$  و  $B$  داریم:

اگر  $n(A \cup B) = 10$  و  $n(A \cap B) = 2$  و  $n(A - B) = 3$  باشد، مقدار  $n(B - A)$  کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

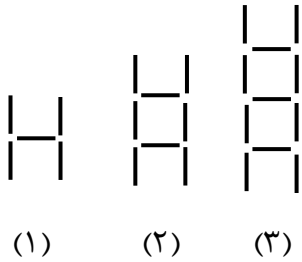
از ۵۱ دانش آموز کلاس دهم، ۸ نفر در دو کلاس تقویتی ریاضی و فیزیک و ۳۳ نفر در کلاس ریاضی ثبت نام کرده اند.

اگر ۳ نفر در هیچ کلاسی نباشند، تعداد نفرات کلاس فیزیک کدام است؟ (۱) ۱۵ (۲) ۲۳ (۳) ۲۸ (۴) ۴۸

## درس سوم: الگو و دنباله

**الگو:** یک ساختار منظم از اشکال هندسی، تصاویر و ... که با روندی مشخص از یک مرحله به مرحله دیگر تغییر می کنند را الگو می نامند.

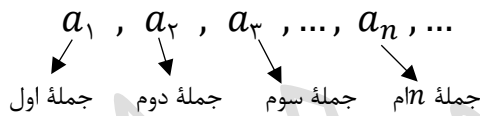
**مثال:** در الگوی زیر با توجه به شکل های داده شده تعداد چوب کبریت های به کار رفته در شکل های چهارم، پنجم،  $n$ ام و صدم را بیابید.



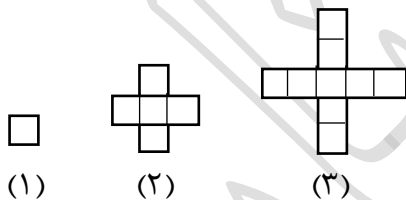
(۱) (۲) (۳)

در هر الگو مانند مثال قبل عدد مربوط به هر شکل را یک جمله می نامند و عدد مربوط به شکل  $n$ ام جمله عمومی نامیده می شود (زیرا به کمک آن می توان تمام جمله های الگو را به دست آورد).

جمله های هر الگو را می توان بصورت مقابل نوشت:



**مثال:** با توجه به الگوی داده شده به سوالات زیر پاسخ دهید:



(۱) (۲) (۳)

(الف) تعداد مربع های شکل های پنجم و دهم را بیابید.

(ب) تعداد مربع های شکل  $n$ ام را بیابید.

(ج) تعداد مربع های شکل صدم را بیابید.

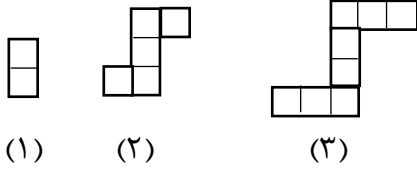
(د) در شکل چندم ۱۵۷ مربع وجود دارد؟

**الگوی خطی:** الگوهایی که در آنها اختلاف هر دو جمله پشت سر هم، عددی ثابت باشد را الگوی خطی می نامند. بنابراین دو مثال قبل الگوهایی خطی هستند.

جمله عمومی الگوهای خطی بصورت  $t_n = an + b$  می باشد که در آن  $a$  و  $b$  اعدادی حقیقی هستند و ضریب  $n$  برابر با اختلاف دو جمله متوالی می باشد.

نکته

مثال: با توجه به الگوی داده شده به سوالات زیر پاسخ دهید:



الف) تعداد مربع های شکل های دهم و  $n$ ام را بیابید.

ب) آیا این الگو خطی است؟

پ) شکل چندم این الگو از ۱۰۴ مربع تشکیل شده است؟

مثال: در یک الگوی خطی جمله های سوم و دهم به ترتیب ۷ و ۳۵ می باشند. جمله عمومی و جمله صدم این الگو را بیابید.

در یک الگوی خطی جمله چهارم برابر ۱۳ و جمله یازدهم برابر ۲۷ است. جمله هفتم این الگو کدام است؟



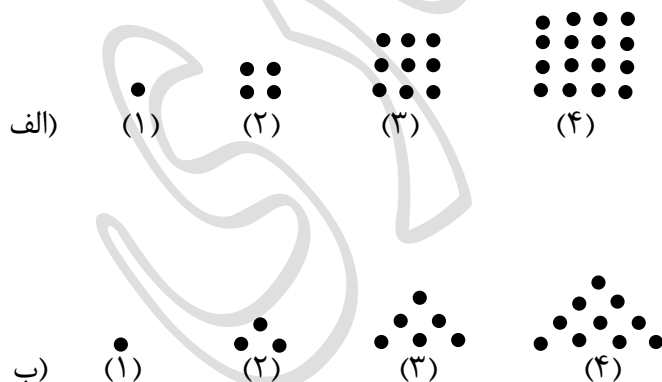
۲۱ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

الگوی غیر خطی: جمله عمومی هر الگویی لزوماً خطی نیست. در مثالهای زیر الگوهایی غیر خطی را مشاهده می کنید.



مثال: جمله عمومی و جمله صدم الگوهای زیر را بیابید.

در مثال قبل الگوی (الف) را الگوی مربعی و الگوی (ب) را الگوی مثلثی می نامند.

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$





در الگوی زیر تعداد نقطه های شکل نهم کدام است؟

۱۱۷ (۱)    ۱۲۰ (۲)    ۱۲۳ (۳)    ۱۲۵ (۴)

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)



در الگوی زیر تعداد تعداد نقطه های شکل ۲۰ام کدام است؟

۴۴۰ (۱)    ۴۵۰ (۲)    ۴۷۰ (۳)    ۴۸۰ (۴)

(۱)

(۲)

(۳)

(۱)

(۲)

(۳)

**دنباله:** به تعدادی از اعداد که پشت سرهم قرار می گیرند یک دنباله می گویند. هر عدد از یک دنباله را یک جمله از آن دنباله می گویند و جمله  $n$ ام دنباله را جمله عمومی آن دنباله می نامند و آن را با حروفی مانند:  $a_n, b_n, t_n$  و... نمایش می دهند.

**مثال:** جمله عمومی و جمله بیستم دنباله های زیر را مشخص کنید.

الف)  $۱, ۲, ۳, \dots$ ب)  $۲, ۴, ۶, ۸, \dots$ پ)  $۱, ۴, ۹, ۱۶, \dots$ ت)  $۱, ۳, ۵, ۷, \dots$ 

**مثال:** باتوجه به جمله های عمومی داده شده سه جمله اول هر دنباله را در صورت وجود بیابید.

الف)  $a_n = n^2 - ۱$ ب)  $b_n = \sqrt{۲n - ۱}$ ج)  $c_n = \frac{n+۳}{n-۳}$

تست جمله چندم دنباله ای با جمله عمومی  $a_n = \frac{3n-1}{5n+7}$  برابر با  $\frac{7}{12}$  است؟

۶۵ (۴)

۶۳ (۳)

۶۱ (۲)

۵۹ (۱)

دنباله بازگشتی: دنباله هایی را که در آنها جمله عمومی به صورت یک رابطه بر حسب جملات دیگر بیان می شود را دنباله بازگشتی می نامند.

مثال: در دنباله بازگشتی  $a_{n+1} = 2a_n + 3$  اگر  $a_1 = 5$  باشد، جملات دوم، سوم و چهارم را بیابید.

تست در یک دنباله از اعداد،  $a_1 = 1$  و برای هر  $n \in \mathbb{N}$  داریم:  $a_{n+1} = a_n + n + 1$ . جمله بیستم این دنباله کدام

۲۵۳ (۴)

۲۳۱ (۳)

۲۱۰ (۲)

۱۹۰ (۱) است؟

تست در یک دنباله از اعداد،  $a_1 = 1$  و برای هر  $n \geq 2$  داریم:  $a_n = 2a_{n-1} + 1$ . جمله هشتم این دنباله کدام

سراسری تجربی - ۹۵

۲۵۵ (۴)

۲۴۷ (۳)

۱۵۹ (۲)

۱۲۷ (۱) است؟



## درس چهارم: دنباله های حسابی و هندسی

**دنباله حسابی:** دنباله ای که در آن هر جمله به جز جمله اول، با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از آن به دست می آید را دنباله حسابی می نامند. این عدد ثابت را قدرنسبت دنباله حسابی می نامند و آن را با  $d$  نمایش می دهند.

**فرم کلی دنباله حسابی:** اگر در یک دنباله حسابی جمله اول  $t_1$  و قدرنسبت  $d$  باشد، جملات دنباله عبارتند از:

$$\begin{array}{ccccccc} \dots & t_n \text{ (جمله } n\text{م)} & \dots & t_4 \text{ (جمله چهارم)} & \dots & t_3 \text{ (جمله سوم)} & \dots & t_2 \text{ (جمله دوم)} & \dots & t_1 \text{ (جمله اول)} \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ & t_1 + (n-1)d & & t_1 + 3d & & t_1 + 2d & & t_1 + d & & t_1 \\ & \leftarrow +d & & \leftarrow +d & & \leftarrow +d & & \leftarrow +d & & \leftarrow +d \end{array}$$

$$\text{جمله عمومی: } t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$\text{قدرنسبت: } d = t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = t_4 - t_3 = \dots$$

**مثال:** ابتدا مشخص کنید کدامیک از دنباله های زیر حسابی است و سپس قدرنسبت و جمله عمومی دنباله های حسابی را بیابید.

الف)  $2, 5, 8, \dots$

ب)  $3, 1, -1, \dots$

پ)  $1, 4, 9, \dots$

ت)  $2, 2, 2, \dots$

در دنباله حسابی با توجه به مقدار قدرنسبت یکی از سه حالت زیر را داریم:


$$\begin{cases} d > 0 \implies \text{دنباله صعودی است} \\ d = 0 \implies \text{دنباله ثابت است} \\ d < 0 \implies \text{دنباله نزولی است} \end{cases}$$

**مثال:** در یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1 = 5$  و قدرنسبت  $d = 3$  (مطلوبست: الف) جمله عمومی


ب) جمله بیستم

پ) جمله چندم این دنباله ۹۲ است؟


ت) اولین جمله بزرگتر از ۷۰ جمله چندم است؟

اگر در یک دنباله حسابی دو جمله ی  $t_m$  و  $t_k$  را داشته باشیم، قدر نسبت دنباله برابر است با:  $d = \frac{t_m - t_k}{m - k}$  

مثال: اگر در یک دنباله حسابی جملات پنجم و چهاردهم به ترتیب ۱۳ و ۴۰ باشند، قدرنسبت و جمله عمومی این دنباله را بیابید.

در یک دنباله حسابی جملات پنجم و نهم به ترتیب ۵۳ و ۷۷ هستند. جمله چهاردهم کدام است؟ 


- ۱۰۱ (۱)      ۱۰۳ (۲)      ۱۰۷ (۳)      ۱۰۹ (۴)

در یک دنباله حسابی جمله ششم ۳ برابر جمله دوم است. جمله بیستم این دنباله چند برابر جمله چهارم است؟ 


- ۳ (۱)      ۵ (۲)      ۷ (۳)      ۹ (۴)

واسطه حسابی: اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی یا متساوی الفاصله از یک دنباله حسابی باشند،  $b$  را واسطه حسابی

$a$  و  $c$  می نامند و داریم:  $b = \frac{a+c}{2}$  یا  $2b = a + c$

اعداد  $1 - 5p, 4 + 3p, 2 + 3p$  سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی هستند. قدر نسبت این دنباله کدام است؟ 

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

در دنباله حسابی  $7 - 4x, 4 - 2x, 6 - x$  جمله چندم ۱۳۲ است؟ 

- ۱۸ (۱)      ۱۹ (۲)      ۲۰ (۳)      ۲۱ (۴)

اگر بین دو عدد  $a$  و  $b$  و  $m$  عدد را طوری درج کنیم که اعداد حاصل تشکیل یک دنباله حسابی را بدهند، قدرنسبت این دنباله برابر است با:

$$d = \frac{b-a}{m+1} \Rightarrow a, b, \dots, m \text{ عدد}$$

مثال: بین ۸ و ۳۶ سه واسطه حسابی درج کنید.

تست بین دو عدد  $x$  و  $2x + 1$  چهار واسطه حسابی درج کرده ایم. اگر اختلاف کوچکترین و بزرگترین عددهای درج شده ۹ باشد، مقدار  $x$  کدام است؟ (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

نکته اگر چند عدد دنباله ای حسابی تشکیل دهند، برای سادگی در محاسبات می توانیم آنها را به شکل های زیر در نظر بگیریم:

$d =$  قدرنسبت

سه عدد:  $a - d, a, a + d$

$2d =$  قدرنسبت

چهار عدد:  $a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$

$d =$  قدرنسبت

پنج عدد:  $a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$

تست مجموع سه عدد که تشکیل یک دنباله حسابی می دهند برابر ۳۰ و حاصلضرب آنها ۹۱۰ است. مجموع جملات اول و سوم کدام است؟ (۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۳

نکته جمله عمومی یک دنباله حسابی یک چندجمله ای درجه یک بر حسب  $n$  است و ضریب  $n$  برابر قدرنسبت است.

تست کدامیک از عبارتهای زیر جمله عمومی یک دنباله حسابی صعودی است؟

(۱)  $a_n = n^2 + 1$  (۲)  $a_n = \frac{1}{n} + n$  (۳)  $a_n = \frac{n+1}{2n-1}$  (۴)  $a_n = 1 - \frac{n}{3}$

تست جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت  $a_n = (k-2)n^2 - 3kn + 1$  است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟ (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) -۶

تعداد جملات یک دنباله حسابی متناهی: اگر در یک دنباله حسابی جمله اول (a) و جمله آخر (b) و قدر نسبت (d)

$$n = \frac{b-a}{d} + 1$$

معلوم باشند آنگاه تعداد جملات این دنباله برابر است با:

مثال: تعداد اعداد دو رقمی مضرب ۷ را بیابید.



چند عدد سه رقمی بخش پذیر بر ۶ وجود دارد؟

۱۴۹ (۱)      ۱۵۰ (۲)      ۱۵۱ (۳)      ۱۵۲ (۴)

قاعده اندیس ها در دنباله حسابی: اگر  $t_m, t_n, t_r, t_s$  جمله هایی از یک دنباله حسابی باشند و  $r + s = n + m$

آنگاه داریم:  $t_m + t_n = t_r + t_s$ . (این قاعده برای حالت تفاضل هم برقرار است)

بطور مثال در هر دنباله حسابی داریم:  $t_2 + t_7 = t_4 + t_5$  و  $t_2 + t_9 = t_6 + t_6 = 2t_6$ .

اگر در یک دنباله حسابی  $a_8 = 4$  و  $a_{13} = 16$  باشد، مجموع بیست جمله اول این دنباله کدام است؟



۱۹۰ (۱)      ۲۰۰ (۲)      ۲۱۰ (۳)      ۲۲۰ (۴)

جمله های مشترک دو دنباله حسابی با قدرنسبت  $d_1$  و  $d_2$ ، یک دنباله حسابی با قدرنسبت  $d = [d_1, d_2]$

(ک.م.م  $d_1$  و  $d_2$ ) می باشد.

دهمین جمله مشترک دو دنباله  $\{-3, 3, 9, \dots\}$  و  $\{-1, 7, 15, \dots\}$  کدام است؟



۲۳۱ (۱)      ۲۰۷ (۲)      ۲۵۵ (۳)      ۲۷۹ (۴)

فرم بازگشتی یک دنباله حسابی با قدرنسبت  $d$  برابر است با:  $a_{n+1} = a_n + d$



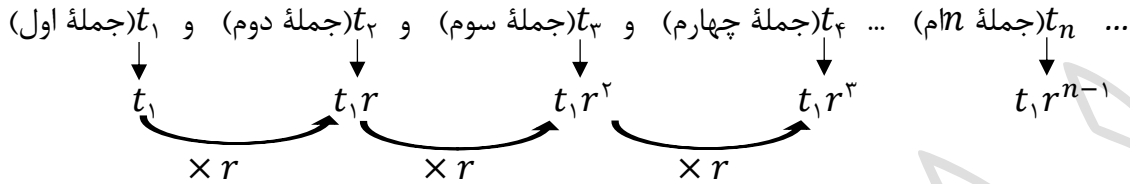
در یک دنباله  $a_1 = 5$  و به ازای هر عدد طبیعی  $n$  داریم:  $a_{n+1} = a_n - 4$ . جمله صدم این دنباله کدام است؟



۲۹۲ (۱)      -۲۹۲ (۲)      ۳۹۱ (۳)      -۳۹۱ (۴)

دنباله هندسی: دنباله ای است که در آن هر جمله بجز جمله اول، از ضرب عددی ثابت در جمله قبل از آن بدست می آید. این عدد ثابت را قدر نسبت دنباله هندسی می نامند و آنرا با  $r$  نمایش می دهند.

فرم کلی دنباله هندسی: اگر در یک دنباله هندسی جمله اول  $t_1$  و قدرنسبت  $r$  باشد، جملات دنباله عبارتند از:



جمله عمومی:  $t_n = t_1 r^{n-1}$

قدرنسبت:  $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2} = \frac{t_4}{t_3} = \dots$

مثال: ابتدا مشخص کنید کدامیک از دنباله های زیر هندسی است و سپس قدر نسبت و جمله عمومی دنباله های هندسی را بیابید.

الف)  $2, 8, 18, 54, \dots$       ب)  $6, -60, 600, -6000, \dots$

پ)  $2, -1, \frac{1}{2}, \frac{-1}{4}, \dots$

ت)  $5, 5, 5, 5, \dots$

ث)  $9, 0, 0, 0, \dots$

ج)  $1, 2, 6, 24, \dots$



اگر در یک دنباله هندسی  $r = 1$  باشد، دنباله ثابت خواهد بود و اگر  $r < 0$  باشد، دنباله نوسانی است (جملات یکی در میان مثبت و منفی هستند). همچنین اگر  $r = 0$  باشد، جملات دنباله از جمله دوم به بعد همگی صفر خواهند بود.



جمله چندم دنباله هندسی  $5, 10, 20, \dots$  برابر با ۶۴۰ خواهد بود؟

دهم (۴)

نهم (۳)

هشتم (۲)

هفتم (۱)



در یک دنباله هندسی با جمله اول مثبت داریم:

- $r > 1 \implies$  دنباله صعودی است
- $r < 0 \implies$  دنباله نوسانی است
- $0 < r < 1 \implies$  دنباله نزولی است

تست در دنباله ای هندسی نزولی با جملات مثبت، اگر  $a_1 a_5 = 12$  و  $\frac{a_3}{a_5} = 3$  باشد، مقدار  $a_7$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۸

تست در یک دنباله هندسی با قدرنسبت مثبت،  $a_1 + a_5 = 30$  و  $a_3 + a_7 = 120$  می باشد، مقدار  $a_1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{37}{12}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{30}{17}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

نکته (۱) اگر تمام جملات دنباله هندسی  $t_1, t_1 r, t_1 r^2, \dots$  را در عدد غیر صفر  $k$  ضرب کنیم، دنباله حاصل نیز یک دنباله هندسی با جمله اول  $kt_1$  و قدرنسبت  $r$  خواهد بود.

(۲) اگر تمام جملات دنباله هندسی  $t_1, t_1 r, t_1 r^2, \dots$  را به توان  $k$  برسانیم ( $k \neq 0$ )، دنباله حاصل نیز یک دنباله هندسی با جمله اول  $t_1^k$  و قدرنسبت  $r^k$  خواهد بود.


(۳) حاصل ضرب  $n$  جمله اول یک دنباله هندسی برابر است با:  $\sqrt{(t_1 t_n)^n}$

تست اگر جملات دنباله  $\dots, \frac{1}{4}, 1, 2$  را به توان ۴ برسانیم، جمله دهم این دنباله چند برابر می شود؟

- (۱)  $\frac{1}{240}$  (۲)  $\frac{1}{232}$  (۳)  $\frac{1}{236}$  (۴)  $\frac{1}{230}$

نکته اگر  $t_k$  و  $t_m$  دو جمله از یک دنباله هندسی باشند آنگاه داریم:  $t_k r^{m-k} = \frac{t_m}{t_k}$

مثال: جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ می باشند. این دنباله را مشخص کنید.

در یک دنباله هندسی جملات هفتم و دهم به ترتیب  $\frac{3}{5}$  و  $14$  هستند. جمله نوزدهم کدام است؟ 

- (۱) ۲۲۴ (۲) -۲۲۴ (۳) ۸۹۶ (۴) -۸۹۶

واسطه هندسی: اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی یا متساوی الفاصله از یک دنباله هندسی باشند،  $b$  را واسطه هندسی  $a$  و  $c$  می نامند و داریم:


$$b = \pm\sqrt{ac} \quad \text{یا} \quad b^2 = ac$$


مثال: اگر  $x+4, x, x-3$  سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت این دنباله را بیابید.

فاصله واسطه های هندسی اعداد  $\sqrt{10}-1$  و  $\sqrt{10}+1$  کدام است؟ 


- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

اگر بین دو عدد  $a$  و  $b$ ،  $k$  عدد را طوری درج کنیم که اعداد حاصل تشکیل یک دنباله هندسی را بدهند، قدرنسبت

این دنباله برابر است با:   $a, b, \dots, a$  هندسی  $\implies q^{k+1} = \frac{b}{a}$

بین  $5$  و  $160$  چهار واسطه هندسی درج کرده ایم، مجموع این چهار واسطه کدام است؟ 

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) -۱۰۰ (۴) -۵۰

اگر بین  $8$  و  $a^3$  دو واسطه هندسی درج کنیم که جمع این دو واسطه  $30$  است، مقدار  $a^2 + 2a$  کدام است؟ 

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

قاعده اندیس ها در دنباله هندسی: اگر  $t_s, t_r, t_n, t_m$  جمله هایی از یک دنباله هندسی باشند و  $r + s = n + m$

آنگاه داریم:  $t_m \cdot t_n = t_r \cdot t_s$ . بطور مثال در هر دنباله هندسی داریم:  $t_2 t_{11} = t_7 t_6$  و  $t_4 t_6 = t_5 t_5 = t_5^2$ .

تست اگر در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، حاصلضرب جملات اول و نهم برابر با  $2304$  باشد، جمله پنجم این دنباله کدام است؟ (۱)  $24$  (۲)  $48$  (۳)  $24\sqrt{2}$  (۴)  $48\sqrt{2}$

تست اگر در یک دنباله هندسی  $a_3 a_{12} = 4$  باشد، حاصل  $a_2 a_5 a_{11} a_{13}$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

نکته اگر چند عدد دنباله ای هندسی تشکیل دهند، برای سادگی در محاسبات می توانیم آنها را به شکل های زیر در نظر بگیریم:

سه عدد:  $\frac{a}{r}, a, ar$  قدر نسبت =  $r$

چهار عدد هم علامت:  $\frac{a}{r^3}, \frac{a}{r}, ar, ar^3$  قدر نسبت =  $r^2$

پنج عدد:  $\frac{a}{r^4}, \frac{a}{r^2}, a, ar^2, ar^4$  قدر نسبت =  $r$

تست حاصلضرب سه عدد که تشکیل یک دنباله هندسی را می دهند  $216$  و حاصل جمع آنها  $21$  است. نسبت بزرگترین عدد به کوچکترین عدد این دنباله کدام است؟ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)  $\frac{3}{2}$

تست اگر حاصلضرب ۵ عدد که دنباله ای هندسی تشکیل می دهند برابر  $\sqrt[3]{32}$  باشد، عدد وسط کدام است؟

(۱)  $\sqrt[3]{4}$  (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)  $\sqrt[3]{2}$

نکته فرم بازگشتی یک دنباله هندسی با قدرنسبت  $r$  برابر است با:  $a_{n+1} = a_n r$ .



تست اگر در یک دنباله  $a_1 = 4$  و برای هر عدد طبیعی  $n$  داشته باشیم:  $\frac{a_n}{a_{n+1}} = -2$ ، جمله صدم این دنباله کدام است؟ (۱)  $\frac{-1}{297}$  (۲)  $\frac{1}{299}$  (۳)  $\frac{-1}{299}$  (۴)  $\frac{1}{297}$

نکته اگر جملات  $m$ ام،  $m$ ام و  $p$ ام یک دنباله حسابی غیر ثابت، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، آنگاه قدرنسبت این دنباله هندسی برابر است با:  $r = \frac{p-m}{m-n}$ .

تست اگر جملات سوم، پنجم و یازدهم یک دنباله حسابی غیر ثابت، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی با جمله اول ۵ باشند، جمله دوم این دنباله هندسی کدام است؟ (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

تست جملات دوم پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می توانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند. قدر نسبت این دنباله هندسی کدام است؟ (۱)  $\frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{7}{4}$  (۳)  $\frac{9}{4}$  (۴)  $\frac{7}{3}$

سراسری تجربی - ۹۲

نکته اگر دنباله ای هم حسابی باشد و هم هندسی، آنگاه تمام جملات آن برابرند. (دنباله ثابت است)

تست اگر دنباله  $\dots, a - b, a - 3, a - 2, a + 1$  هم حسابی باشد و هم هندسی، حاصل  $a^2 + b^2$  کدام است؟ (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۵۲ (۴) ۶۵

## تست های فصل اول

۱ اگر  $A = [0, 4]$  و  $B = (-2, 3]$  و  $C = [1, 5)$  باشد، حاصل  $(A \cap C) \cup B$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, 3]$  (۲)  $(-2, 4]$  (۳)  $(-2, 5]$  (۴)  $[1, 3]$

۲ اگر  $(4 - a^2, 5) \cap (1, 2 + a^2) = \emptyset$  باشد، آنگاه  $a$  متعلق به کدام بازه است؟

- (۱)  $(-\infty, 1]$  (۲)  $[1, +\infty)$  (۳)  $[-1, 1]$  (۴)  $[0, 1]$

۳ کدام مجموعه نامتناهی است؟

- (۱) درختان روی کره زمین (۲) اعداد اول ۲۰ رقمی (۳) اعداد گنگ در بازه  $(1, 2)$  (۴) اعداد صحیح ۲۰ رقمی

۴ در مورد دو مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Z} : \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{Z} : \frac{1}{x} > 1\}$  کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $A$  متناهی و  $B$  نامتناهی (۲)  $A$  نامتناهی و  $B$  متناهی (۳)  $A$  و  $B$  هر دو متناهی (۴)  $A$  و  $B$  هر دو نامتناهی

۵ اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : m \geq -n, 2^m \leq n\}$  و  $n \in \mathbb{N}$  باشد، آنگاه مجموعه  $A_4 \cap A_3$  چند زیرمجموعه دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۶ اگر  $A = \{1, 2, \{1, 2, 3\}\}$  و  $B = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}$  و  $C = \{1, 2, 3\}$  باشد، کدام رابطه درست است؟

- (۱)  $A - B = C$  (۲)  $B - C = \emptyset$  (۳)  $B - C = \{1, 2\}$  (۴)  $A - B = \{C\}$

۷ اگر  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه از اعداد حسابی باشند و  $A$  متناهی و  $B$  نامتناهی باشد، کدام مجموعه ممکن است متناهی باشد؟

- (۱)  $A' \cap B$  (۲)  $A \cup B'$  (۳)  $A' \cup B'$  (۴)  $B' - A$

۸ در یک کلاس ۵۰ نفره، ۳۰ نفر به فوتبال و ۳۵ نفر به والیبال علاقه دارند. اگر ۱۰ نفر به هیچ رشته ای علاقه نداشته باشند چند نفر به هر دو رشته علاقه دارند؟ (۱) ۱۰

- (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۹ اگر  $n(A \cup B) = 20$  و  $n(A \cap B) = 4$  باشد، حاصل  $n(A - B) + n(B - A)$  کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

۱۰ مجموعه  $A \cap B$  ۳ عضو،  $A \cup B$  ۶ عضو و  $A \cap B'$  ۲ عضو دارند. مجموعه  $B - A$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱ اگر  $n(A \cap B) = n(A \cap C) = \vee n(B \cap C) = ۱۴$ ،  $n(A) = n(B) = ۳ n(C) = ۶۰$  و  $n(A \cup B \cup C) = ۱۱۰$  باشد، مقدار  $n(A \cap B \cap C)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲ اگر  $A = [۲n - ۱, ۳n - ۲]$  و  $B = [-۱, ۲]$  دو مجموعه جدا از هم باشند،  $n$  چند مقدار طبیعی را نمی تواند اختیار کند؟ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳ اگر  $A_n = ((-1)^n n, ۲n)$  و  $n \in \mathbb{N}$  باشد، چند عدد صحیح به  $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$  تعلق دارد؟  
( $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$ )

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۴ متمم مجموعه  $A - (B - A)$  کدام است؟

- (۱)  $A \cup B$  (۲)  $A \cap B$  (۳)  $A$  (۴)  $B$

۱۵ اگر مجموعه مرجع دارای ۲۲ عضو و دو زیرمجموعه  $A$  و  $B$  در آن دارای ۱۷ و ۱۲ عضو باشند،  $A - B$  حداکثر چند عضو دارد؟ (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۱۷ (۴) ۷

۱۶ مجموعه  $(A - B) \cap (A \cup B) \cap A$  برابر کدام است؟

- (۱)  $B - A$  (۲)  $B$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $A$

۱۷ اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی باشند حاصل  $[A \cup (A \cap B)] \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]$  کدام است؟

- (۱)  $A' - B'$  (۲)  $(A - B)'$  (۳)  $A$  (۴)  $\emptyset$

۱۸ اگر مجموعه  $A$  دارای ۵ عضو و مجموعه  $B$  دارای ۶ عضو و مجموعه  $A \cap B$  دارای ۲ عضو باشد، مجموعه

$(A \cap B') \cup (A \cup B')$  چند عضو دارد؟ (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۹ اگر  $A \subseteq B$  و  $B$  مجموعه ای متناهی باشد، کدام مجموعه قطعاً متناهی است؟

- (۱)  $A'$  (۲)  $B'$  (۳)  $A \cap B'$  (۴)  $A' \cup B$

۲۰ اگر  $A = \{3^x : x \in \mathbb{N}\}$  و  $B = \{3^{|x|} : x \in \mathbb{Z}\}$  باشد، مجموعه  $B - A$  چند عضو دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیشمار

۲۱ اگر  $n(A) = ۱۰$  و  $n(B) = ۷$  و  $n[(A - B) \cup (B - A)] = ۱۱$  باشد، مقدار  $n(A \cap B)$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

مجموعه  $A = \{1, 2, 3, \dots, 11\}$  چند زیرمجموعه ناتهی دارد که اعضای آن فرد هستند؟

۶۳ (۴)

۶۴ (۳)

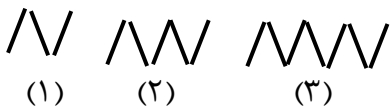
۳۱ (۲)

۳۲ (۱)

اگر  $A \cup B = A \cap B$  باشد، مجموعه  $A - (B - (A - B))$  با کدام مجموعه برابر است؟

 $\emptyset$  (۴) $B'$  (۳) $A$  (۲) $A'$  (۱)

اگر  $A \subseteq B$  و  $M$  مجموعه مرجع باشد، کدام گزینه نادرست است؟

 $A \cup B = B$  (۴) $A \cup B' = M$  (۳) $A - B = \emptyset$  (۲) $B' \subseteq A'$  (۱)

تعداد چوب کبریت های شکل نهم در الگوی زیر کدام است؟

۲۳ (۴)

۲۱ (۳)

۱۹ (۲)

۱۷ (۱)

تعداد چوب کبریت های شکل پنجم در الگوی زیر کدام است؟



۶۲ (۴)

۶۱ (۳)

۶۰ (۲)

۵۹ (۱)

تعداد نقطه های شکل دوازدهم در الگوی زیر کدام است؟



۲۷۶ (۴)

۲۵۶ (۳)

۳۰۰ (۲)

۲۸۴ (۱)

در الگوی زیر، در کدام شکل تعداد مثلث های کوچک رنگی  $\frac{5}{52}$  درصد از تعداد کل مثلث های کوچک است؟



بیست و چهارم (۴)

بیست و دوم (۳)

بیستم (۲)

هیجدهم (۱)

اختلاف بزرگترین جمله و کوچکترین جمله در دنباله  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$  کدام است؟

۲ (۴)

 $\frac{3}{2}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۲)

۱ (۱)

اعداد طبیعی را طوری دسته بندی می کنیم که آخرین جمله هر دسته مجذور کامل باشد،  $(1)(2,3,4)(5,6,7,8,9)\dots$

۲۱ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)؟ کدام دهه است؟

اعداد طبیعی را طوری دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره آن دسته باشد،  $(1)(2,3)(4,5,6)\dots$

۱۹۱ (۴)

۲۰۱ (۳)

۲۱۰ (۲)

۱۹۰ (۱)؟ کدام بیستم است؟

در دنباله  $a_n = 140n - 5n^2$  چند جمله مثبت وجود دارد؟

بیشمار جمله (۴)

صفر (۳)

۲۸ (۲)

۲۷ (۱)

۳۳ مجموع جملات اول تا نودونهم دنباله  $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$  کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴)

۳۴ جمله دوازدهم دنباله حسابی  $\dots, \frac{7}{4}, b, \frac{-3}{4}, a$  کدام است؟

- ۲۵ (۱) ۲۴ (۲) ۲۳/۵ (۳) ۲۲/۵ (۴)

۳۵ تفاضل جمله دهم و جمله دوازدهم یک دنباله حسابی ۵ و مجموع دو جمله دهم و دوازدهم آن ۲۵ است. جمله ۱۲ام

- این دنباله کدام است؟ (۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) ۳۷/۵ (۴) ۳۸/۵

۳۶ اگر  $a_n = (2k-1)n^2 - kn + 2$  جمله عمومی یک دنباله حسابی باشد، جمله دوم این دنباله کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۷ در یک دنباله حسابی داریم:  $a_6 - a_4 = 24$ ، مقدار  $a_9 - a_{19}$  کدام است؟

- (۱) -۳۰۴ (۲) -۳۰۲ (۳) -۲۹۸ (۴) -۲۹۶

۳۸ در یک دنباله حسابی جمله اول برابر ۴- و برای هر  $n > 1$  داریم:  $a_{n-1} = a_n + 3$ . جمله صدم این دنباله کدام

- است؟ (۱) -۳۰۷ (۲) -۳۰۴ (۳) -۳۰۱ (۴) -۳۰۰

۳۹ در یک دنباله حسابی  $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11} + a_{13} = 120$  مقدار  $a_6 + a_9$  کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۴۰ در بیست جمله اول از یک دنباله حسابی، مجموع جملات فرد ۱۳۵ و مجموع جملات زوج ۱۵۰ می باشد. قدرنسبت

- این دنباله کدام است؟ (۱) ۱/۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۲ (۴) ۱

۴۱ در یک دنباله حسابی  $a_1 = 1$  و  $a_2 = \frac{5}{3}$ ، حاصل  $\frac{a_{15} + a_{17} + a_{19}}{a_{33} + a_{35} + a_{37}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{35}{71}$  (۲)  $\frac{105}{71}$  (۳)  $\frac{7}{17}$  (۴)  $\frac{21}{17}$

۴۲ در یک دنباله حسابی مجموع ۶ جمله اول ۱۳۸ و جمله سوم ۲۰ است. جمله دوم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۴ (۴) ۱۰

۴۳ در یک چهارضلعی، اندازه زاویه ها دنباله حسابی می سازند. اگر کوچکترین زاویه  $54^\circ$  باشد، بزرگترین زاویه کدام است؟

- (۱)  $72^\circ$  (۲)  $84^\circ$  (۳)  $108^\circ$  (۴)  $126^\circ$

۴۴ مجموع جملات دوم و چهارم یک دنباله حسابی برابر ۱۶ و حاصلضرب جملات سوم و پنجم برابر ۱۱۲ است. جمله دهم

- این دنباله کدام است؟ (۱) ۲۷ (۲) ۲۹ (۳) ۳۳ (۴) ۳۵

در یک دنباله هندسی  $a_2 a_4 = 2a_5$  می باشد. جمله اول کدام است؟

۴ (۳)      ۲ (۲)       $\sqrt{2}$  (۱)       $2\sqrt{2}$  (۴)

در یک دنباله  $a_1 = 2$  و  $2a_n - 3a_{n-1} = 0$ ، جمله ششم این دنباله کدام است؟

$\frac{243}{32}$  (۱)       $\frac{243}{16}$  (۲)       $\frac{81}{4}$  (۳)       $\frac{81}{8}$  (۴)

چندمین جمله از دنباله  $... -24, -12, -6, 3$  برابر  $1536$  است؟

هفتم (۱)      هشتم (۲)      نهم (۳)      دهم (۴)

مجموع سه جمله اول یک دنباله هندسی ۲۶ و جمله چهارم ۵۲ واحد بیشتر از جمله اول است. جمله ششم دنباله

کدام است؟ (۱) ۴۷۲      (۲) ۴۷۸      (۳) ۴۸۶      (۴) ۴۹۲

در یک دنباله هندسی حاصلضرب ۹ جمله اول برابر ۸ است. حاصلضرب  $a_2 a_4 a_6 a_8$  چقدر است؟

$2\sqrt{2}$  (۱)       $2\sqrt{3}$  (۲)       $2\sqrt{4}$  (۳)      ۴ (۴)

اگر عدد  $k$  را به اعداد  $1, 2, 8$  اضافه کنیم، عددهای حاصل با همین ترتیب تشکیل یک دنباله هندسی را می دهند.

بزرگترین جمله دنباله جدید کدام است؟ (۱) ۹      (۲) ۱۲      (۳) ۱۶      (۴) ۱۸

در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متوالی ۱۹ و حاصلضرب آنها ۲۱۶ است. تفاضل کوچکترین و بزرگترین عدد

کدام است؟ (۱) ۴      (۲) ۵      (۳) ۶      (۴) ۷

مجموع بیست جمله اول دنباله  $... \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}$ ، کدام است؟

$\frac{19}{20}$  (۱)       $\frac{20}{21}$  (۲)       $\frac{9}{10}$  (۳)       $\frac{8}{10}$  (۴)

در یک دنباله هندسی با قدر نسبت  $\frac{1}{2}$ ، مجموع جملات پنجم و هفتم چند برابر مجموع جملات هشتم و دهم است؟

$\frac{1}{8}$  (۱)      ۸ (۲)      ۲ (۳)       $\frac{1}{2}$  (۴)

در دنباله هندسی  $... \frac{1}{2}, 2$ ، مجموع ۵ جمله اول چند برابر مجموع ۵ جمله دوم است؟

$2^{10}$  (۱)       $2^2$  (۲)      ۲ (۳)       $2^5$  (۴)

در یک دنباله هندسی حاصلضرب جملات هشتم و بیستم برابر  $10^8$  است. اگر جمله سیزدهم ۹ باشد، جمله یازدهم

کدام است؟ (۱)  $6/75$       (۲) ۷      (۳)  $7/25$       (۴)  $7/5$

یک دنباله هندسی دارای ۲۰ جمله است. اگر مجموع تمام جملات آن ۳ برابر مجموع جملات با ردیف فرد باشد، قدر

نسبت آن کدام است؟ (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴) ۳

بین دو عدد ۲ و  $۱۶\sqrt{۲}$  شش عدد چنان درج شده اند که هشت عدد حاصل، دنباله ای هندسی تشکیل داده اند. مجموع اعداد گویای بین این ۸ عدد کدام است؟

(۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۳۰ (۴) ۳۶

حاصلضرب چهار جمله متوالی یک دنباله هندسی با جمله های مثبت برابر ۸۱ است. اگر عدد بزرگتر ۲۴ باشد،

قدرنسبت دنباله کدام است؟ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{9}{4}$

در یک دنباله هندسی، جمله یازدهم برابر  $\sqrt[3]{3}$  است. حاصلضرب ۲۱ جمله اول دنباله کدام است؟

(۱) ۳۴ (۲) ۳۵ (۳) ۳۶ (۴) ۳۷

بین دو عدد ۷ و ۴۹، نه جمله طوری درج شده است که یک دنباله حسابی تشکیل شود. جمله وسط کدام است؟

(۱) ۲۸ (۲) ۲۹ (۳) ۳۰ (۴) ۳۱

اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$  و  $B = \{a, b\}$  باشد، مجموعه  $A - \{B\}$  چند زیرمجموعه غیرتهی دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۳۱ (۴) ۱۵

سراسری ریاضی - ۸۹

در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشگاهی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آنان عضو هر دو گروه هستند.

چند نفر آنان عضو هیچکدام از این دو گروه نیستند؟

(۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲

ریاضی خارج - ۹۸

مجموع  $\frac{1}{17 \times 20} + \frac{1}{18 \times 11} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{2 \times 5} + \dots$ ، کدام است؟

(۱) ۰/۱۵ (۲) ۰/۱۸ (۳) ۰/۲۴ (۴) ۰/۲۵

ریاضی خارج - ۹۸

در الگوی زیر تعداد نقطه های شکل دوازدهم کدام است؟

(۱) ۳۴ (۲) ۳۶ (۳) ۳۸ (۴) ۴۰

(۱) (۲) (۳)

تجربی خارج - ۹۸

تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم در یک دنباله حسابی ۵ و مجموع این جملات ۲۵ است. جمله بیست و یکم کدام

است؟

ریاضی خارج - ۸۴



۳۵ (۱)

۳۶ (۲)

۳۷/۵ (۳)

۳۸/۵ (۴)

۶۶

در یک دنباله حسابی جملات اول، پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی با قدرنسبت بزرگتر از ۱ هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

ریاضی خارج-۱۷

۶/۵ (۱)

۵/۴ (۲)

۴/۳ (۳)

۳/۲ (۴)

۶۷

در یک دنباله حسابی جملات سوم، هفتم و نهم می توانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند. چندمین جمله این دنباله صفر است؟

سراسری تجربی-۱۸

۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۱ (۳)

۱۲ (۴)

۶۸

در یک دنباله از اعداد  $a_1 = 3$  و برای هر  $n \geq 2$ :  $a_n = 2a_{n-1} - 2$ . مقدار  $a_8 - a_7$  کدام است؟

تجربی خارج-۹۵

۳۲ (۱)

۴۸ (۲)

۵۶ (۳)

۶۴ (۴)

۶۹

اعداد  $2^a, 4\sqrt{2}, 8\frac{b}{3}$  سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند. واسطه حسابی بین  $a$  و  $b$  کدام است؟

سراسری ریاضی-۱۷

۲/۵ (۱)

۲ (۲)

۱/۵ (۳)

$\sqrt{2}$  (۴)

۷۰

در دنباله های حسابی  $\{2, 9, 16, 23, \dots\}$  و  $\{12, 17, 22, 27, \dots\}$  چند عدد سه رقمی مشترک کوچکتر از ۳۰۰ موجود است؟ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

ریاضی خارج-۹۵

۷۱

در یک دنباله حسابی  $a_1 = 5$  و  $a_3 = 9$  می باشد، حاصل  $a_7 + a_8 + a_9$  کدام است؟

ریاضی خارج-۱۶

۱۹ (۱)

۳۸ (۲)

۵۷ (۳)

۷۵ (۴)

۷۲

در یک دنباله اعداد  $a_1 = 1$  و برای هر  $n \geq 2$  داریم:  $a_n = 2a_{n-1} + 1$ . جمله هشتم این دنباله کدام است؟

سراسری تجربی-۹۵

۱۲۷ (۱)

۱۵۹ (۲)

۲۴۷ (۳)

۲۵۵ (۴)